

[付録 : E]

正弦歯形歯車の動力損失低減の可能性

E.1 緒言

1980 年代初め頃より AV 機器などに盛んに使われ始めたプラスチック歯車は、鋼歯車の設計基準に倣ってインボリュート歯形が採用されている。プラスチック歯車を低トルク領域での動力伝達や回転伝達のみを目的とする場合はインボリュート歯形を採用することに全く異論は無い。しかしながら、ある程度大きなトルク領域での動力伝達に用いられた場合は、プラスチック材料の弾性率が鋼材料の $1/70 \sim 1/100$ と小さいことに起因する噛み合い時の歯の大きな変形のため、幾何学的なインボリュート歯車のかみ合いから、鋼歯車に比べて大きく外れているものと思われる。したがって、インボリュート歯車の最大の長所の一つ、中心距離鈍感性の優位性はそれほど期待できず、インボリュート歯形に固執する必要はないのではないだろうか。一方、地球環境問題は言うに及ばず、機器の小型化や軽量化、多機能化に伴い、駆動系の電力配分が制限されている現状を考慮すると、たとえ僅かであってもエネルギー損失の低減が期待できるならば、インボリュート以外の歯形の採用も十分検討に値するものと思われる⁽¹⁾。

そこで、正弦曲線で構成される歯形を基準ラックとする歯車(以下、正弦歯形歯車[sine-rack gear]と呼ぶ)が、インボリュート歯車(直線ラック歯車)に比べ、すべり率が小さくなることに着目し、正弦プラスチック歯車による動力損失低減の可能性について検討する。さらに、動力損失が小さくなると噛み合い時の発熱量が減少し、歯の温度上昇も押さえられる。したがって、温度上昇に伴うプラスチック材料の許容曲げ応力の低下も小さくなり、結果として、プラスチック歯車の負荷容量の増加も期待できる。また、同時に、正弦ラック歯車のかみ合いは、インボリュート歯車に比べ、噛み合い点における相対曲率が小さく、また、歯の幾何形状についても歯元のすみ肉部の歯厚が大きいことなどが歯面接触応力、歯元曲げ応力の低下をもたらす、負荷容量増加に有利に働くことも期待できる。本稿では、正弦歯形歯車の発熱や効率について検討し、運転試験を行い検証した結果について述べる。

E.2 正弦曲線で構成される基準ラック

本件では、正弦曲線で構成される基準ラック(正弦[曲線基準]ラックと呼ぶ)を図 1 のように定義する。データムは、歯形および歯底を構成する正弦曲線の対称軸に一致させ、ピッチを πm (m : 正面モジュール)とする。歯末のたけ h_a を m 、頂げきを cm (c : 頂げき係数 0.25)として歯元のたけ h_f を $(1+c)m$ とする。また、正弦歯形歯車は、インボリュート歯車と異なり、幾何学的には中心距離を調整することによりバックラッシを与えることができない。したがって、基準ラックの左右両歯面をそれぞれデータム線に沿って逆方向にシフトさせる(以後、横転位という)ことによって与える必要がある。そこで、歯厚減少量(これが基準円上のバックラッシとなる)を $c_j m$ (c_j : 歯厚減少係数と呼び 0.1 を標準とする)とする。このように定義し、図 1 のように座標系をとると、歯先面および歯底面部分を除いて、 θ (左歯面は $-1.5\pi m \leq \theta \leq 0$, 右歯面は、 $0 < \theta \leq 1.5\pi m$) をパラメータ ($-\pi/2 \leq \theta \leq 2\pi$) と

すると基準ラック歯面の座標は、式(1)および式(2)で、また、データム線上の正面圧力角は、式(3)で表すことができる。

$$x = m(\theta/2 \pm c_j/2) \quad [\text{mm}] \quad (1)$$

$$y = m(1+c) \cdot \sin(\theta + \pi/2) \quad [\text{mm}] \quad (2)$$

$$\alpha = \pi/2 - \tan^{-1}(2h_f/m) \quad [\text{rad}] \quad (3)$$

ただし、式(1)の復号の上は左歯面、下が右歯面を表す。このように、歯元フィレット部を含めてそれぞれ一つの正則関数で表すことができることも一つの特徴であり、噛み合い機構解析が容易に行えることを示唆している。一方、歯数 z の基準円 d 、すなわち歯切りピッチ円直径を、これもインボリュート歯車に倣い正弦基準ラックのピッチを πm としているので、

$$d = z m \quad (4)$$

と定まる。正弦ラックでも、当然、転位は可能である。しかしながら、転位(rack shift)すると歯切りピッチ線がラックのデータムに一致しなくなる。従って、正弦曲線基準ラックはインボリュート歯車の基準ラックである直線歯形とは異なるため任意の歯切りピッチ線に対して対称となる歯形とはならない。そのため、対となる歯車の歯切りピッチ線的位置を一致させるためには対となる歯車の転位係数の和は常に 0 でなければならない。

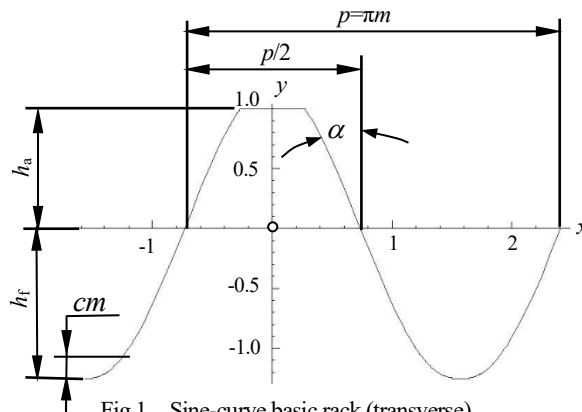


Fig.1 Sine-curve basic rack (transverse)

E.3 正弦歯形歯車とインボリュート歯車の歯形比較

表1に示すインボリュート歯車と正弦歯形歯車について歯形⁽²⁾の比較を行う。両歯車の諸元(m, z, d_a, d_f)を一致させるため正弦歯形歯車の歯元のたけ係数を $h_f=1.250$ とした。そのため正弦歯形歯車の圧力角は 21.801° である。なお、正弦歯形はインボリュート歯車と同様、正面を基準とする。インボリュート歯車と正弦歯形歯車は図2に示すように正弦歯形歯車のほうが歯元で 0.0951mm 大きく、歯先では 0.0686mm 小さい。また、基準円直径付近の歯厚は、直径 $d_x=48.250\text{mm}$ では正弦歯形歯車のほうが 0.0042mm 小さく $d_x=47.750\text{mm}$ では 0.0044mm 大きい。しかし、正弦歯形歯車の歯元のたけ係数を $h_f=1.3737$ とした正弦歯形歯車の圧力角を 20° とした場合 $d_x=48.250\text{mm}$ でその差は 0.0002mm と微小である。

Table 1 Gear data

Item	Pinion	Gear
Tooth profile	involute(Sine-rack)	
Gear type	Standard / Spur	
Module [mm]	1	
Number of teeth	48	48
Pressure angle [deg]	20(21.801)	
Reference diameter [mm]	48.00	
Tip diameter [mm]	50.00	
Root diameter [mm]	45.50	
Facewidth [mm]	8.0	
Center distance [mm]	48.00	
Backlash [mm]	0.2	
Contact ratio	1.748 (1.258)	

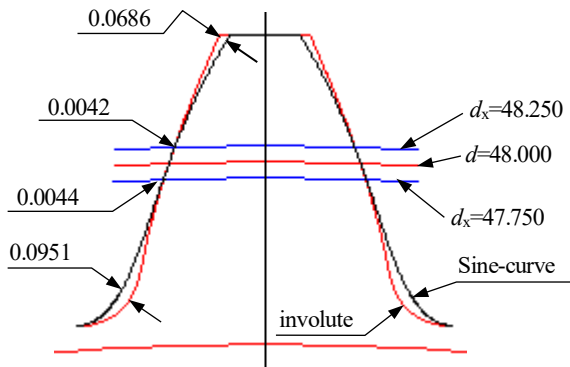


Fig.2 Tooth profiles (involute and sine-rack gear)

E.4 すべり率

かみ合う二つの歯車の歯面間に生じるすべり速度 v_s は、接触点の軌跡上の任意の点におけるそれら二つの仮想ラック（基準ラック）に対する相対速度 v_p 及び v_g の和で与えられる。したがって、すべり率 ξ_p 及び ξ_g は、それぞれ、

$$\xi_p = \frac{|\mathbf{v}_p + \mathbf{v}_g|}{|\mathbf{v}_p|} \quad (5)$$

および

$$\xi_g = \frac{|\mathbf{v}_p + \mathbf{v}_g|}{|\mathbf{v}_g|} \quad (6)$$

で与えられる。

表1の正弦歯形歯車とインボリュート歯車のすべり率を図3に示すが、インボリュート歯車の最大すべり率は、グラフの両端、すなわち、かみ合い始めと、かみ合い終り（ピニオン回転角 $\phi = \pm 6.22^\circ$ ）で最大値となるが、正弦歯形歯車は、かみ合い始めと、かみ合い終り（ピニオン回転角 $\phi = \pm 4.72^\circ$ ）ではなく、それより小さい $\phi = \pm 4.38^\circ$ で最大値を示す。また、インボリュート歯車と正弦歯形歯車のすべり率を比較すると、インボリュート歯車の最大すべり率は0.745であり、正弦歯形歯車の最大すべり率は0.371であるため正弦ラック歯車の最大すべり率はインボリュート歯車の50%である。

sine-rack (pinion) : $\xi_{1\max} = -0.371, \xi_{2\max} = 0.271$

involute (pinion) : $\xi_{1\max} = -0.745, \xi_{2\max} = 0.427$

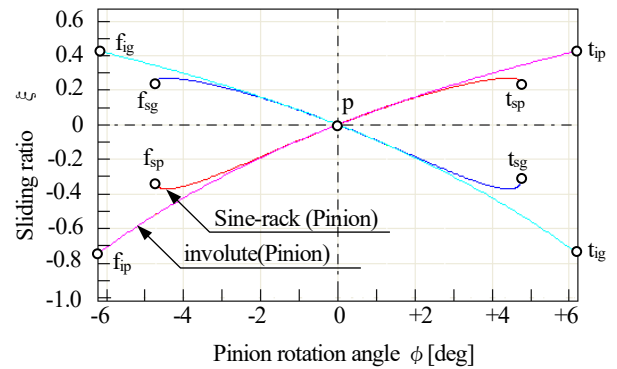


Fig.3 Sliding ratio of sine-rack gear and involute gear

E.5 かみ合い率

正弦ラック歯車のかみ合い率 ε_a は、図4に示すように

$$\varepsilon_a = \frac{B_p \widehat{O_i} B_g}{\theta_{z_i}} \quad (7)$$

で求められる。ただし、 θ_{z_i} は、歯数 z_i を用いて

$$\theta_{z_i} = \frac{2\pi}{z_i} \quad (8)$$

であり、 B_p 、 B_g は、それぞれピニオンおよびギヤの歯先と接触点軌跡の交点である。また O_i は、ピニオンおよびギヤの回転中心である。

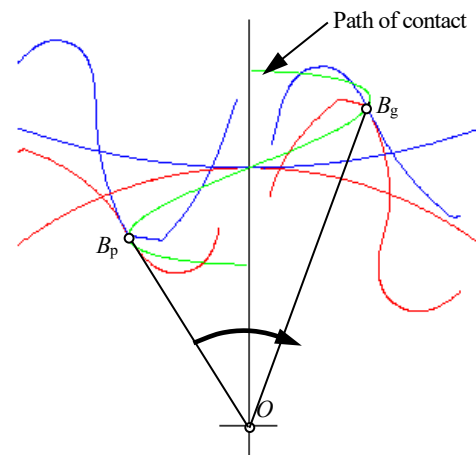


Fig.4 Contact on tooth tip position

図5は、ピニオンの歯数を18と固定してギヤ歯数を変化させたときのかみ合い率の変化の様子をインボリュート歯車のそれと比較して示したものである。値を見ると正弦ラック歯車のかみ合い率は、歯数にかかわらず大きく変化せず、インボリュート歯車のかみ合い率よりも小さくなるのが分かる。試みに、 $z_1 = z_2 = 999$ として計算したところ、その正なかみ合い率は $\varepsilon = 1.258$ とほとんど変化しない。なお、かみ合い率の計算に用いる中心距離は、 $a = (d_1 + d_2)/2$ としている。

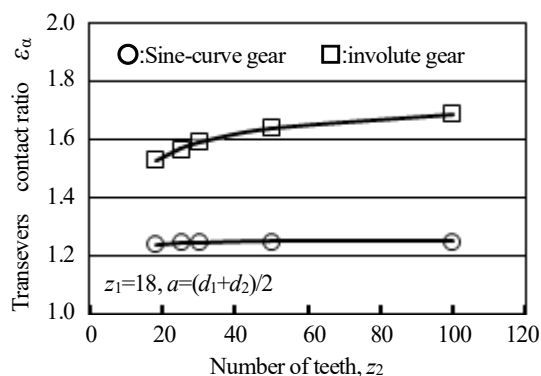


Fig.5 Contact ratio of sine-rack gear and involute gear

E.6 発熱量

プラスチック歯車の発熱⁽³⁾は、負荷かみ合い時において歯面間の摩擦による発熱と材料が粘弾性体故のヒステリシス発熱を熱源とし、歯の温度は、負荷の大きさ、回転速度そして歯面間のすべり速度の影響を受け、運転時の平衡温度は、モジュール、歯幅そして回転速度による熱伝達係数により決まることになる。このことより、表1のインボリュート歯車および正弦歯形歯車の発熱量について検討すると、インボリュート歯車の発熱量は表2の計算条件下では図6に示すように摩擦発熱量は $3.59 \times 10^{-4} \text{ J/mm}$ であり、ヒステリシス発熱はピニオン、ギヤそれぞれ $1.59 \times 10^{-4} \text{ J/mm}$ であることから総発熱量は $6.77 \times 10^{-4} \text{ J/mm}$ となる。また、正弦歯形歯車の摩擦発熱は $1.79 \times 10^{-4} \text{ J/mm}$ であり、ヒステリシス発熱量は、かみ合い率が小さいためインボリュート歯車より多くなり $1.73 \times 10^{-4} \text{ J/mm}$ となる。このことより正弦歯形歯車の発熱量は $5.25 \times 10^{-4} \text{ J/mm}$ と見積ることができるため、正弦歯形歯車はインボリュート歯車の77.5%の発熱量であると推定することができる。そして、図6に示す発熱量と表2の計算条件から負荷運転時の歯の平衡温度を3次元発熱・熱伝導解析ソフトウェア⁽⁴⁾で計算すると、図7に示すようにインボリュート歯車の歯面最大温度304.5Kに対し、正弦歯形歯車の歯面最大温度は302.9Kとなり1.6K低下することが分かる。

Table 2 Calculation conditions

Item	Unit	Value
Material	----	POM-C
Room temperature	℃	23
Young modulus	MPa	2550
Poisson ratio	----	0.35
Specific torque	Nm/mm	0.125
Rotational speed	min ⁻¹	300
Density	kg/cm ³	1410
Thermal conductivity	N/s·K	0.28
Specific heat	J/(kg·K)	1330
Heat transfer coefficient	W/(m ² ·K)	30.0
Lubrication	----	No grease

E.7 実験による検証

E.7.1 試験歯車および実験装置

表1および図8のインボリュート歯車および正弦歯形歯車（共に射出成形品、材料はポリアセタールコポリマ）を図9に示す動力吸収式歯車試験機と試験歯車を用いて運転試験を行った。

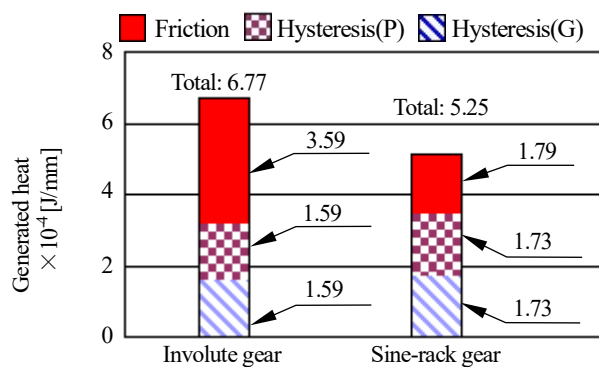


Fig.6 Specific heat generation on tooth surface

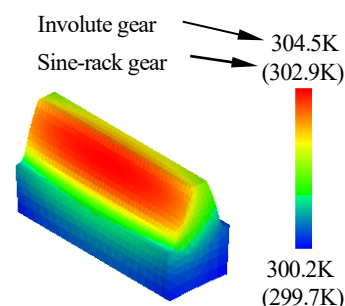
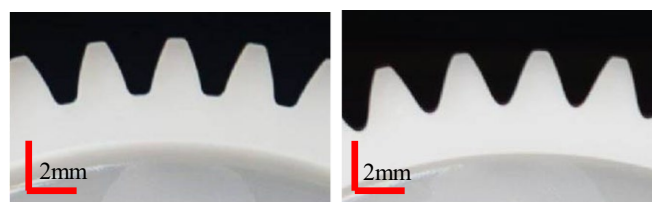


Fig.7 Temperature distribution

実験は、いずれの歯車に対しても負荷トルク 1Nm、回転速度 300 min⁻¹、バックラッシュ 0.2mm、無潤滑およびグリス潤滑の条件下で行った。運転中の歯の表面温度は赤外線放射温度計（キーエンス社製：IT2-02 型）を用いて、上方と水平方向からの2ヶ所で測定した。また、効率計測のための駆動および被動軸のトルクはトルクメータ（小野測器社製：SS-200 型）で測定した。



(a) involute (b) sine-rack gear

Fig.8 Test gears (Table 1)

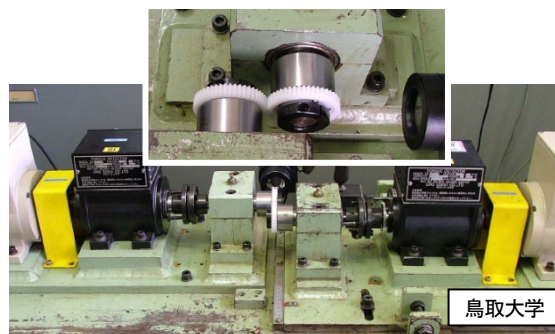


Fig.9 Photographs of test rig and test gears

E.7.2 実験結果

無潤滑での歯面温度を図10に効率の測定結果を図11に示す。図7の温度上昇の計算では1.6K低下すると見積もったが、図10

の実験結果では正弦ラック歯車の温度上昇は、インボリュート歯車より2.4K 低下し、効率は図 11 のように0.4%良くなっている。また、グリス潤滑の測定結果を図 12 および図 13 に示す。

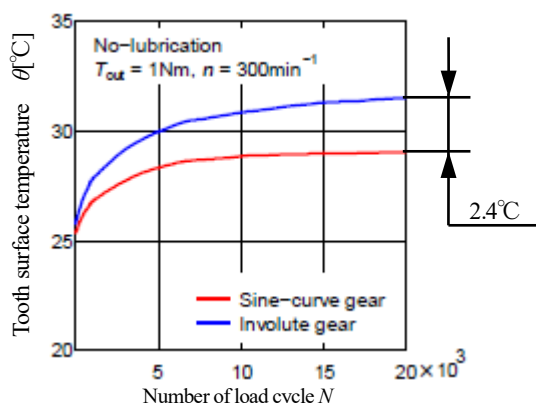


Fig.10 Change in tooth surface temperature (no-lubrication)

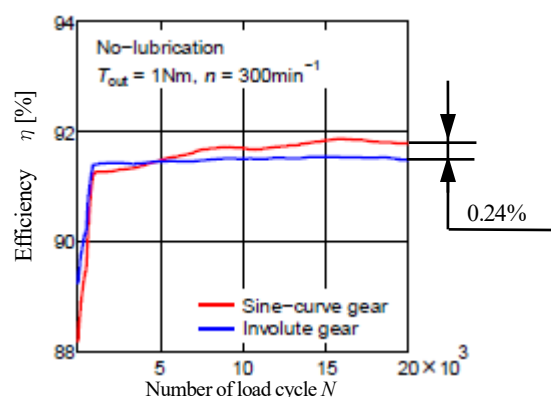


Fig.11 Change in tooth surface efficiency (no-lubrication)

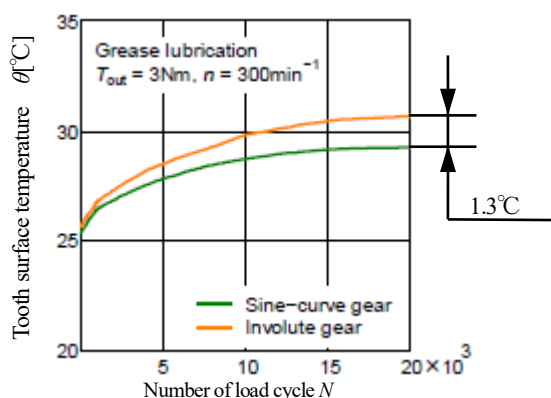


Fig.12 Change in tooth surface temperature (Grease lubrication)

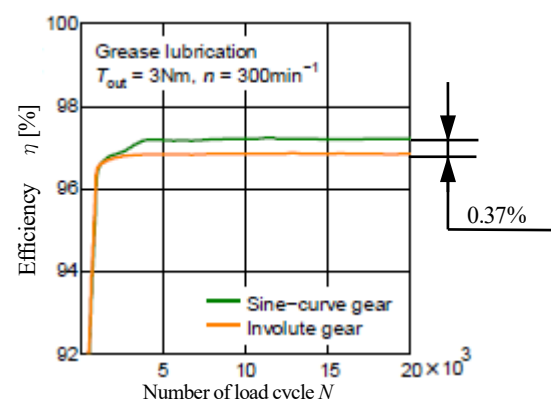


Fig.13 Change in tooth surface efficiency (Grease lubrication)

E.8 片歯面かみ合い試験

表 1 の正弦歯形歯車を鋼製歯車で製作（成形研削）し、中心距離を理論よりも+0.1mm 離れた 48.100mm とし、図 14 の伝達誤差試験機（小笠原プレジジョン、MEATA-3 型）で回転伝達誤差を評価した。その結果は図 15 に示すように、精度等級は、JIS N1 級（JIS B 1702-1:1998）であり非常に高精度であることが解る。

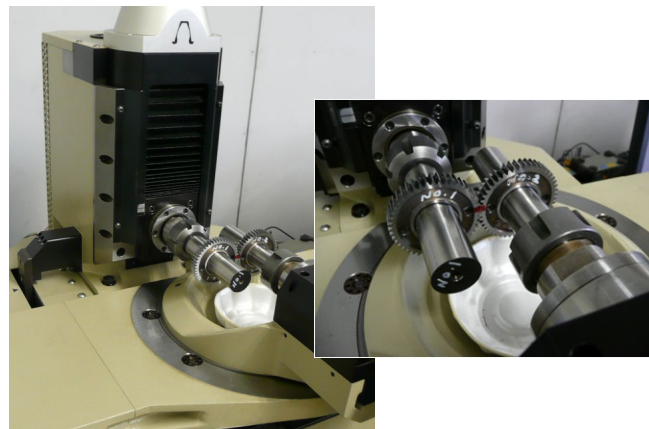


Fig.14 Transmission error measuring instrument

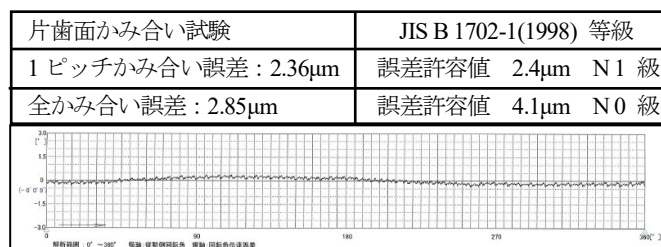


Fig.15 Test result (transmission error)

この歯車を正弦歯形歯車ソフトウェア（カタログ[32]）で回転伝達誤差を解析（ $\alpha=48.100$ mm）すると図 16 および図 17 のように評価することができる。

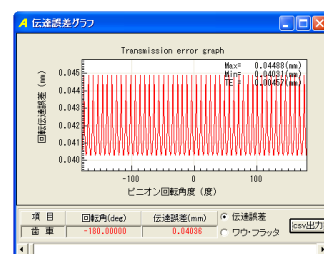


Fig.16 Transmission error analysis

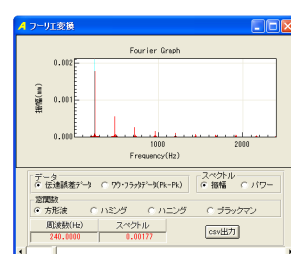


Fig.17 Fourier analysis

E.9 歯車検査

インボリュート歯形（ $m_n1, z=48, \alpha_n=21.801^\circ$ ）として計測した結果を図 18 に示す。この歯形誤差グラフは、インボリュート歯形を基準としているため S 字のように表されるが、正弦歯形の座標値が既知であるため、インボリュート歯形との差異から JIS B 1757-2（球基準器又は円筒基準器を用いた歯形測定）のように考えることにより評価が可能である（図 19 参照）。

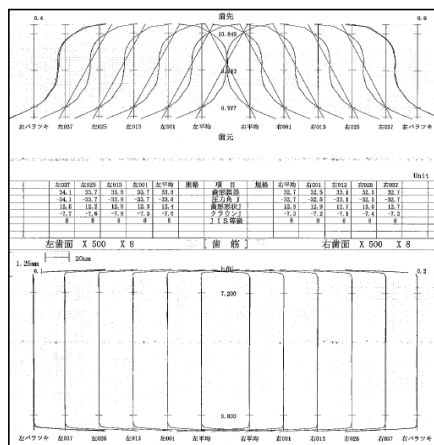


Fig.18 Gear inspection

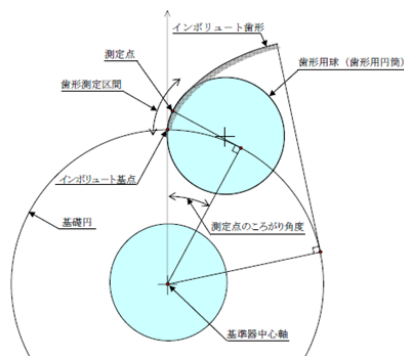


Fig.19 Gear inspection

E.10 正弦歯形はすば歯車の研削

正弦歯形はすば歯車 (図 20 参照) の研削は、図 21 のように正面歯形が既知であれば、成形研削盤 (カタログ[44.1]) により研削が可能である。図 22 に 3 次元干渉を考慮した成形研削用砥石形状を、図 23 に砥石と歯形の重ね合わせ図を示す。

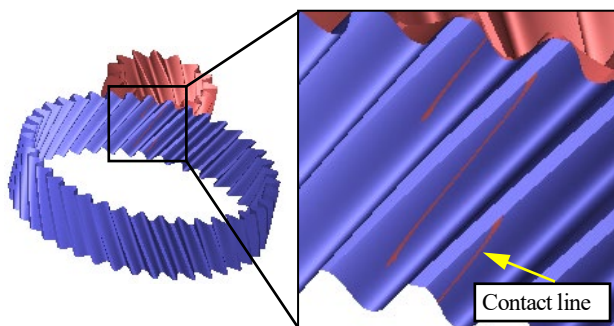


Fig.20 Helical sine gear ($m1, z_1=15, z_2=40, \beta 30^\circ$)

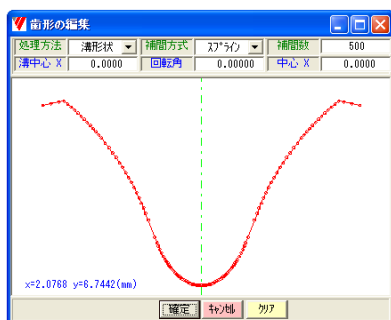


Fig.21 Tooth profile (transverse)

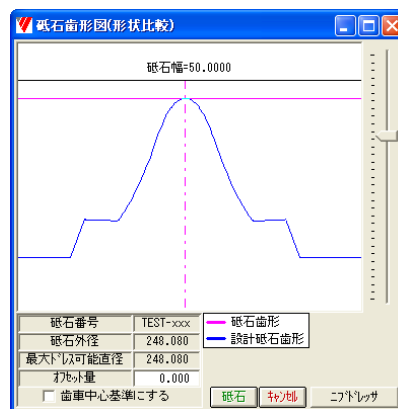


Fig.22 Tooth profile of grinding stone (normal)

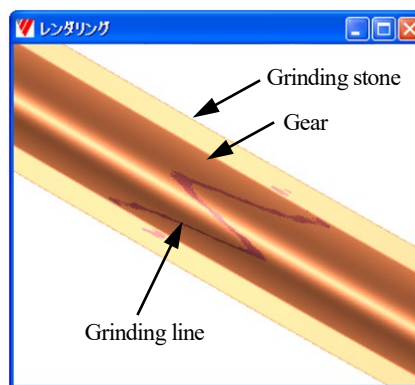


Fig.23 Tooth rendering

E.11 結 言

- (1) 実験結果より潤滑の有無に関わらず正弦歯形歯車はインボリュート歯車より発熱量が小さいため動力損失を低減できる可能性を持つことが解った。
- (2) 本稿で示した実験結果は、初期実験のみであるため、今後は多くの実験数で検証する必要がある。また、中心距離変動に対する回転伝達誤差や、負荷容量の実験検証を計画している。

E.12 参考文献など

- (1) 上田昭夫, 吉原正義, 中村守弘, 森脇一郎, 正弦曲線で構成される歯形を基準ラックとするプラスチック歯車, 日本機械学会, 第 10 回機素潤滑設計部門 講演会講演論文集, pp.123-126
- (2) Gear Design Software Manual, Sine-Gear Design Software, (2009), アムテック
- (3) 上田昭夫, 吉原正義, 高橋秀雄, 森脇一郎, “プラスチック歯車のかみ合い発熱コンピュータシミュレーション” 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 73, No. 732(2007), p. 2361
- (4) 上田昭夫, 高橋秀雄, 中村守弘, 森脇一郎, “プラスチック歯車のかみ合い発熱コンピュータシミュレーション”, (歯の温度上昇に及ぼすモジュールと回転速度の影響), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 75, No. 752(2009), p. 1074