

[32] 正弦歯車設計ソフトウェア

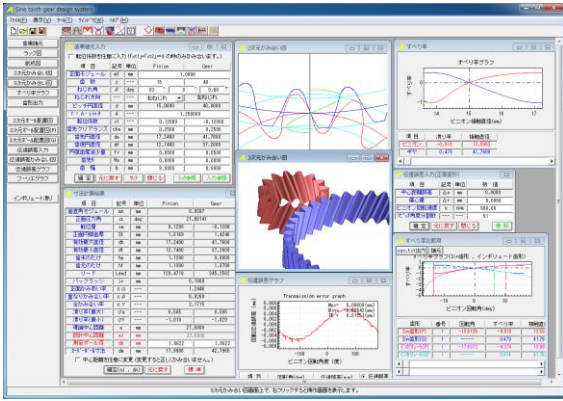


図 32.1 正弦歯車設計ソフトウェア

32.1 概要

古くからポンプギヤ用として提案されてきた正弦曲線で構成される歯形を基準ラックとする歯車（以下、正弦歯車）は、インボリュート歯車に比べすべり率が小さいため動力損失が小さくなる。そのため、かみ合い時の摩擦発熱量が減少し、歯の温度上昇も押さえられると考えることができる。このことから、プラスチック歯車の温度上昇に伴うプラスチック材料の許容曲げ応力の低下も小さくなりプラスチック歯車の負荷容量も大きくなると期待できる。

また、正弦歯車のかみ合いは、インボリュート歯車に比べ、かみ合い点における相対曲率が小さく、歯の幾何形状についても危険断面における歯厚が大きいことなどから歯面接触応力、歯元曲げ応力の低下をもたらし、負荷容量増加に有利に働くことも期待できます。以上の理由により用途によっては有効な歯形であると考えています。

32.2 歯車の種類と歯形

- (1) 歯車の種類 : 外歯車（平歯車およびはすば歯車）
- (2) 歯形 : 正弦曲線歯形

32.3 基準ラック

正弦歯車の基準ラックを図 32.2 に示します。基準ラックの歯溝を切れ刃とする歯切り工具（ホブ等）が創成する歯形を歯数毎に求めることができ、この歯切り工具によって創成した正面歯形から成形研削も可能です。

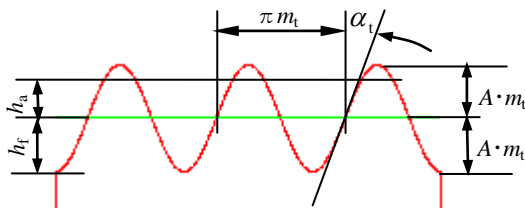


図 32.2 基準ラック（正面）

32.4 歯車諸元入力

図 32.3 に、歯車諸元の入力画面を示します。正弦歯車の転位係数の和は常に 0 でなければなりません。



図 32.3 歯車諸元

32.5 歯車寸法

歯車寸法、かみ合い率、すべり率の計算結果を図 32.4 に示します。正弦歯車のような非インボリュート歯車は、理論中心距離でのみ正しくかみ合いますが、本ソフトウェアでは故意に中心距離を変更することもできます。



図 32.4 歯車寸法

32.6 歯形

図 32.5 に正弦歯車のかみ合いを示します。インボリュート歯車の場合、接触線は直線となりますが、正弦歯車の接触線は S 字線となります。そのため、かみ合い始めの点 p からかみ合い終わりの点 q までが、かみ合い角度となります。従って、インボリュート歯車の場合、相手歯車の歯数が多くなるとかみ合い率は増加しますが、正弦歯車のかみ合い率は、大きな増加はありません。図 32.6 の歯形レンダリングの歯面中央に接触線を確認することができます。また、図 32.7 および図 32.8 に CAD 作図例を示します。

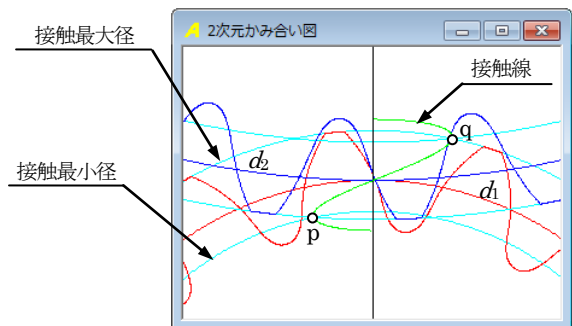


図 32.5 歯形

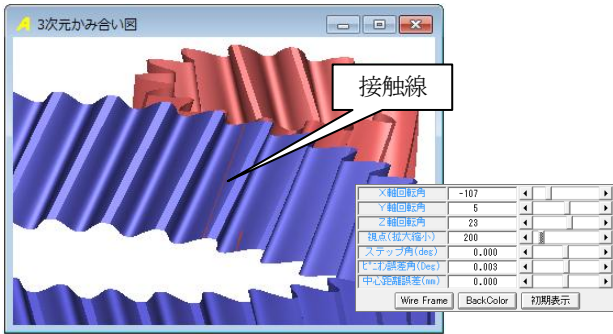


図 32.6 歯形レンダリング

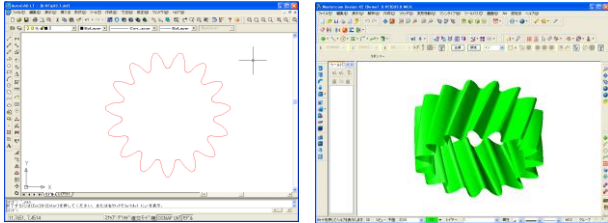


図 32.7 CAD 作図例(DXF) 図 32.8 CAD 作図例(3D-IGES)

32.7 すべり率

図 32.9 に正弦歯車のすべり率を、図 32.10 にインボリュート歯車のすべり率と正弦歯車のすべり率を重ね合わせた図を示します。ただし、インボリュート歯車の諸元は正弦歯車と同じとしています。

図 32.10 より、正弦歯車(ピニオン)のすべり面積は、インボリュートに比べ 1/3.5 と小さく、正弦歯車(ギヤ)のすべり面積は、1/1.90 と小さいことが解ります。

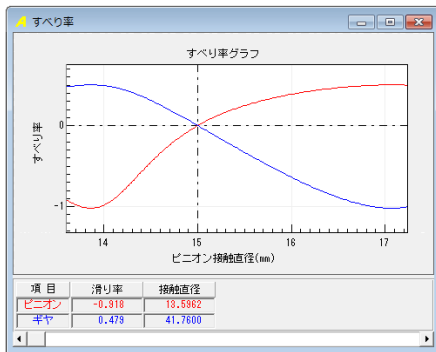


図 32.9 正弦歯車のすべり率

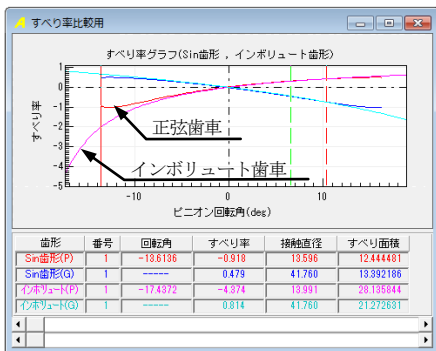


図 32.10 インボリュート歯車と正弦歯車のすべり率

表 32.1 すべり面積

	最大すべり率	すべり面積
正弦歯車(P)	-0.918	12.4
正弦歯車(G)	0.479	13.4
インボリュート歯車(P)	-10.1	43.4
インボリュート歯車(G)	0.910	25.7

32.8 かみ合い率の変化

インボリュート歯車(図 32.11)と正弦歯車(図 32.12)のかみ合い率の変化を示します。ピニオンの歯数を 18 に固定してギヤの歯数を 18,25,30,50,100 と変化させたときのかみ合い率を図 32.13 および表 32.2 に示します。その結果、インボリュート歯車は、ギヤ歯数が増加するとともにかみ合い率も大きくなりますが、正弦歯車は、ほとんど変化がありません。



図 32.11 インボリュート

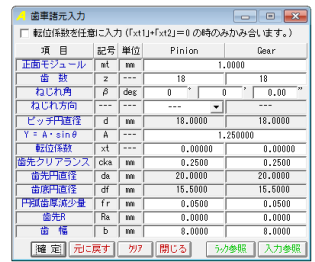


図 32.12 正弦歯車

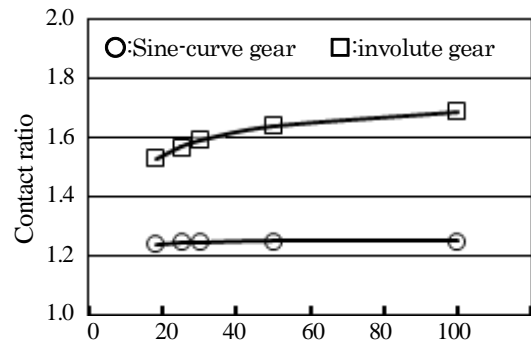


図 32.13 かみ合い率の変化

表 32.2 かみ合い率

z_1	z_2	a	$\epsilon_{\alpha}(\text{Involute})$	$\epsilon_{\alpha}(\text{Sine})$
18	18	18.000	1.5298	1.2422
18	25	21.500	1.5707	1.2473
18	30	24.000	1.5916	1.2487
18	50	34.000	1.6422	1.2498
18	100	59.000	1.6911	1.2498

32.9 さいごに

この正弦曲線歯車のかみ合い率はインボリュート歯車に比して欠点もありますが、すべり率がインボリュート歯車より小さいため発熱量の低下と効率向上(僅か)が期待できます。

正弦曲線で構成される歯形を基準ラックとするプラスチック歯車 (動力損失低減および負荷容量増加の可能性)

Plastic Gears with Basic Rack Consisted of Sine Curves (Power Loss Reduction and Load Capacity Enhancement)

1. 緒言

1980 年代初め頃より AV 機器などに盛んに使われ始めたプラスチック歯車は、鋼歯車の設計基準に倣ってインボリュート歯形が採用されている。プラスチック歯車を低トルク領域での動力伝達や回転伝達のみを目的とする場合はインボリュート歯形を採用することに全く異論は無い。しかしながら、ある程度大きなトルク領域での動力伝達に用いられた場合は、プラスチック材料の弾性率が鋼材料の 1/70 ~ 1/100 と小さいことに起因するかみ合い時の歯の大きな変形のため、幾何学的なインボリュート歯車のかみ合いから、鋼歯車に比べて大きく外れているものと思われる。したがって、インボリュート歯車の最大の長所の一つ、中心距離鈍感性の優位性はそれほど期待できず、インボリュート歯形に固執する必要はないのではないだろうか。

一方、地球環境問題は言うに及ばず、機器の小型化や軽量化、多機能化に伴い、駆動系の電力配分が制限されている現状を考慮すると、たとえ僅かであってもエネルギー損失の低減が期待できるならば、インボリュート以外の歯形の採用も十分検討に値するものと思われる。

そこで、本研究では、古くからポンプギヤ用として提案されてきた正弦曲線で構成される歯形を基準ラックとする歯車⁽¹⁾ (以下、正弦曲線歯車と呼ぶ) が、インボリュート歯車に比べ、すべり率が小さくなることに着目し、正弦プラスチック歯車による動力損失低減の可能性について解析的に検討する。さらに、動力損失が小さくなるとかみ合い時の発熱量が減少し、歯の温度上昇も押さえられる。したがって、温度上昇に伴うプラスチック材料の許容曲げ応力の低下も小さくなり、結果として、プラスチック歯車の負荷容量の増加も期待できる。

2. 正弦曲線で構成される基準ラック

本研究では、正弦曲線で構成される基準ラック (正弦曲線基準ラックと呼ぶ) を図 1 のように定義する。データムは、歯形および歯底を構成する正弦曲線の対称軸に一致させ、ピッチを πm (m : モジュール) とする。歯末のたけ h_a を m 、頂げきを cm (c : 頂げき係数 [インボリュート歯車に倣い 0.25 を標準とする]) とし、歯元のたけ h_f を $(1+c)m$ とする。また、正弦曲線歯車は、インボリュート歯車と異なり、幾何学的には中心距離を調整することによりバックラッシを与えることができない。したがって、基準ラックの左右両歯面をそれぞれデータム線方向にシフトさせる (以後、横転位という) ことによって与える必要がある。そこで、歯厚減少量 (これが基準円上のバックラッシとなる) を $c_j m$ (c_j : 歯厚減少係数と呼び 0.1 を標準とする) とする。このように定義し、図 1 のように座標系をとると、歯先面および歯底面部分を除いて、 θ (左歯面は $0 < \theta < \pi/2$, 右歯面は $\pi/2 < \theta \leq \pi$) をパラメータとすると基準ラック座標は、式(1)および式(2)、また、圧力角は、式(3)で表すことができる。

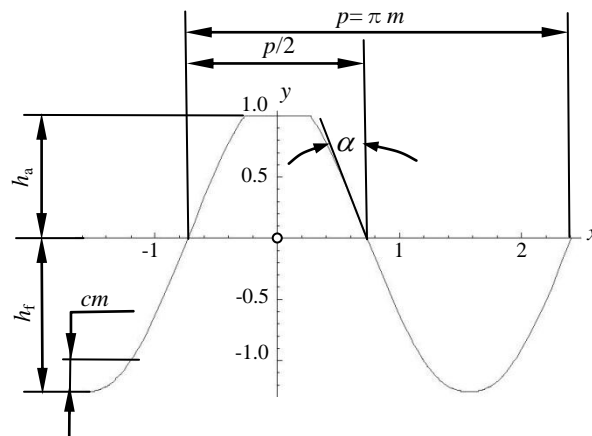


Fig.1 Sine-curve basic rack (transverse)

$$x = m \cdot \theta / 2 \quad (1)$$

$$y = (1+c)m \cdot \sin(\theta \mp c_j + \pi/2) \quad (2)$$

$$\alpha = 90 - \tan^{-1}(2h_f) \quad (3)$$

ただし、

x : 基準ラック x 座標 [mm]

y : 基準ラック y 座標 [mm]

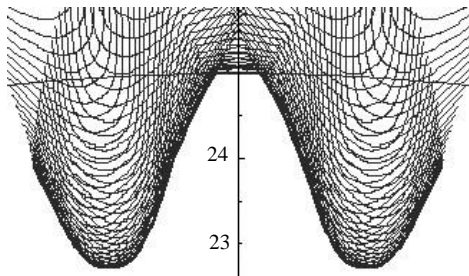
m : 正面モジュール [mm]

α : 正面圧力角 [deg]

基準ラック y 座標の式は、左右歯面で異なる (復号の上は左歯面、下が右歯面を表す) が、歯元フィレット部を含めてそれぞれ一つの正則関数で表すことができる。このことは、かみ合い機構解析が容易に行えることを示唆している。一方、歯数 z の基準円 d 、すなわち歯切りピッチ円を、これもインボリュート歯車に倣い正弦基準ラックのピッチを πm として、

$$d = z m \quad (4)$$

と定義する。図 2 に歯数 48 の時の正弦曲線基準ラックによる歯の創成の様子を示す。正弦曲線基準ラックでも、当然、転位は可能である。しかしながら、転位すると歯切りピッチ線がラックのデータムに一致しなくなる。従って、正弦曲線基準ラックはインボリュート歯車の基準ラックである直線歯形とは異なるため任意の歯切りピッチ線に対して対称となる歯形とはならない。そのため、対となる歯車の歯切りピッチ線の位置を一致させるためには対となる歯車の転位係数の和は常に 0 でなければならない。



$m1, z48, d48, d_a50, d_f45.5$
Fig.2 Generated tooth profile

3. 正弦曲線歯車とインボリュート歯車の比較

3-1 歯車諸元

表 1 に示すインボリュート歯車と表 2 に示す正弦曲線歯車について、すべり率の影響および効率の検討を行う。なお、両歯車の諸元 (m, z, d_a, d_f) を一致させるため正弦曲線歯車の歯たけ係数を $h_a=1.00, h_f=1.250$ とした。そのため正弦曲線歯車の圧力角 α は式(3)より 21.801° となる。なお、正弦歯形はインボリュート歯形と同様、正面を基準とする。

表 1 に示すインボリュート歯車と表 2 に示す正弦曲線歯車の歯形は図 3 に示すように正弦曲線歯車のほうが歯元で 0.0951mm 大きく、歯先では 0.0686mm 小さい。また、歯厚は、正弦曲線歯車の圧力角が 1.801° 大きいことから歯車直径 $d_x=48.250\text{mm}$ では正弦曲線歯車のほうが 0.0042mm 小さく $d_x=47.750\text{mm}$ では 0.0044mm 大きい。インボリュート歯車と正弦曲線歯車のピッチ円付近の形状は、ほぼ同じであると言える。

表 2 の正弦曲線歯車の 1 ピッチ間のかみ合いは、図 4 に示すように(a), (b), (e)は、凸歯面と凸歯面の 1 歯接触であるが、(c)および(d)は、凸歯面と凹歯面の 2 歯接触である。

3-2 すべり率の比較

表 1 のインボリュート歯車のすべり率と表 2 の正弦曲線歯車のすべり率を図 5 に示す。インボリュート歯車のすべり率と正弦曲線歯車のすべり率は図からも明らかなようにその様子が異なる。インボリュート歯車の場合、最大すべり率はグラフの両端、すなわち、かみ合い始めまたは、かみ合い終わりで最大値となるが、正弦曲線歯車の場合は、凸歯面と凹歯面のかみ合い位置で最大値を示す。また、インボリュート歯車と正弦曲線歯車のすべり率を比較すると、インボリュート歯車の最大すべり率は 0.916 であり、正弦曲線歯車の最大すべり率は 0.371 であるため正弦曲線歯車の最大すべり率はインボリュート歯車の 40.5% である。しかし、摩擦発熱はすべり率の最大値だけで決まるものではないため、すべり面積で比較することにする。ここで、すべり面積を式(5)のように定義する。

Table 1 Gear data-1

Item	Unit	Pinion	Gear
Tooth profile	----	Involute	
Gear type	----	Standard / Spur gear	
Module	mm	1	
Number of teeth	----	48	48
Pressure angle	deg	20	
Reference diameter	mm	48.00	48.00
Tip diameter	mm	50.00	50.00
Root diameter	mm	45.50	45.50
Facewidth	mm	8	8
Center distance	mm	48.00	
Backlash	mm	0.1	
Contact ratio	----	1.748	

Table 2 Gear data-2

Item	Unit	Pinion	Gear
Tooth profile	----	Sine-curve	
Gear type	----	Spur gear	
Module	mm	1	
Number of teeth	----	48	48
Dedendum factor	----	1.250	
Pressure angle	deg	21.8014	
Reference diameter	mm	48.00	48.00
Tip diameter	mm	50.00	50.00
Root diameter	mm	45.50	45.50
Facewidth	mm	8	8
Center distance	mm	48.00	
Backlash	mm	0.1	
Contact ratio	----	1.257	

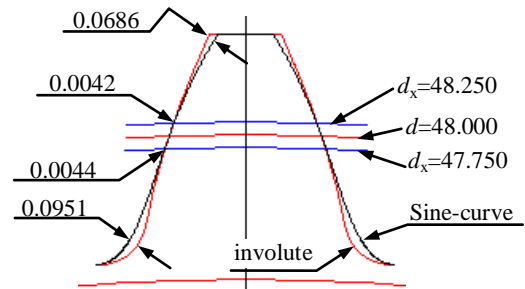


Fig.3 Tooth profiles (Involute and Sine-curve)

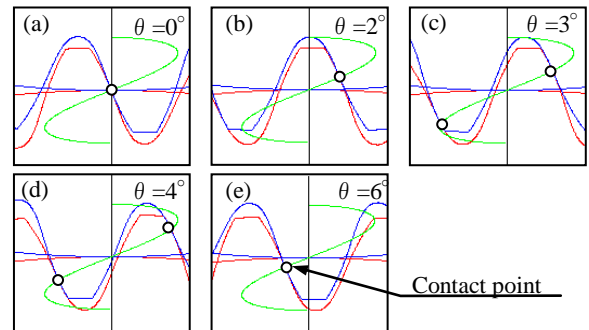


Fig.4 Gear meshing of sine-curve gear

$$S_{\text{sliding}} = \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{2} \cdot \sigma_i \right) \quad (5)$$

ただし

- S_{sliding} : すべり面積 [---]
- η : 回転角度 [deg]
- σ_i : すべり率

表 1 のインボリュート歯車と表 2 に示す正弦曲線歯車のすべり率を重ね合わせた図 5 は、両歯車のかみ合い始めからかみ合い終わりまでのすべり率を表しており、かみ合いピッチ点 p を 0° としている。インボリュート歯車は -6.553° から $+6.553^\circ$ まで 13.106° かみ合うが、正弦曲線歯車は -4.716° から $+4.716^\circ$ までの 9.432° かみ合う。すなわち、この角度比が、かみ合い率の比となる。すべり面積は、正弦曲線歯車 (ピニオン) の場合、図 9 の f_{sp} から p を通り t_{sp} までの面積が 1.78 である。同様に、インボリュート歯車 (ピニオン) のすべり面積は、 f_{ip} から p を通り t_{ip} までのすべり面積が 3.51 である。従って、両歯車のすべり面積は表 3 に示すように正弦曲線歯車のすべり面積はインボリュート歯車の 50.1% であるため、正弦曲線歯車の摩擦発熱はインボリュート歯車より小さいと考えることができる。

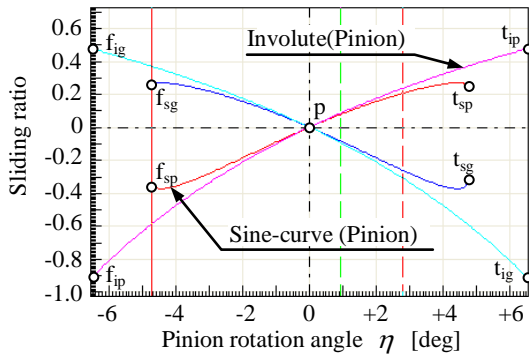


Fig.5 Sliding ratio of sine-curve gear and involute gear

Table 3 Sliding area

Gear type	Sliding area
Sine-curve gear (Pinion)	1.78
Sine-curve gear (Gear)	1.78
Involute gear (Pinion)	3.51
Involute gear (Gear)	3.51

3-3 発熱量 表1のインボリュート歯車および表2の正弦曲線歯車の発熱量について検討するとインボリュート歯車の発熱量⁽²⁾は表4および図6に示すように単位トルク0.2Nm/mmの場合、総発熱量は 1.43×10^{-3} J/mmであり摩擦発熱量は 6.37×10^{-4} J/mmである。また、ヒステリシス発熱はピニオン、ギヤそれぞれ 3.97×10^{-4} J/mmである。

正弦曲線歯車の摩擦発熱は、表3より正弦曲線歯車のすべり面積がインボリュート歯車の50.1%であることから摩擦発熱量を 3.19×10^{-4} J/mmと見積る。また、ヒステリシス発熱は、インボリュート歯車を正弦曲線歯車のかみ合い率に合わせて表4の条件でヒステリシスの発熱式⁽³⁾より求めるとピニオン、ギヤそれぞれの発熱量は 4.14×10^{-4} J/mmとなり正弦曲線歯車のかみ合い率が小さいためヒステリシス発熱は4.3%増加することになる。

このことより、正弦曲線歯車の発熱量は 1.15×10^{-3} J/mmと見積ることができるため、正弦曲線歯車はインボリュート歯車の80.4%の発熱量であると推定することができる。

Table 4 Calculation conditions

Item	Unit	Value
Material	----	POM-C
Room temperature	°C	20
Young modulus	MPa	2550
Poisson ratio	----	0.35
Specific torque	Nm/mm	0.2
Rotational speed	min ⁻¹	500
Density	kg/cm ³	1410
Thermal conductivity	N/s·K	0.28
Specific heat	J/(kg·K)	1330
Heat transfer coefficient	W/(m ² ·K)	33.4
Lubrication	----	No grease

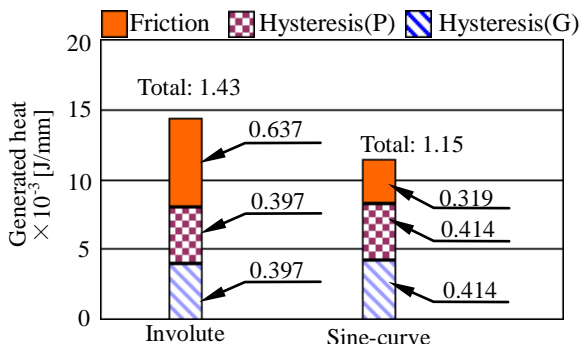


Fig.6 Specific heat generation on tooth surface

3-4 効率 プラスチック歯車の動力伝達効率の計算は、式(6)~(9)で求めることができる。図6よりインボリュート歯車の総発熱量は 1.43×10^{-3} J/mmであり正弦曲線歯車の発熱量は 1.15×10^{-3} J/mmである。これよりインボリュート歯車の効率は96.3%であり正弦曲線歯車の効率は96.5%である。従って、表1のインボリュート歯車が表2の正弦曲線歯車に代わったと仮定すると動力損失は 1.75×10^{-4} kW向上することになる。

$$\xi_C = \xi_F \cdot \xi_H \quad (6)$$

$$\xi_F = 1 - \frac{H_f \cdot b}{1000 \times P \cdot t_s} \quad (7)$$

$$\xi_H = 1 - \frac{H_c \cdot b}{1000 \times P \cdot t_s} \quad (8)$$

$$t_s = \frac{60}{n \cdot z} \quad (9)$$

ただし、

ξ_C : 動力伝達効率 [%]

ξ_F : 摩擦熱による動力伝達効率 [%]

ξ_H : ヒステリシス熱による動力伝達効率 [%]

b : 歯幅 [mm]

H_f : 単位幅当りの摩擦発熱量 [J/mm]

H_c : 単位幅当りのヒステリシス発熱量 [J/mm]

n : 回転速度 [min⁻¹]

P : 動力 [kW]

t_s : 歯車1回転のかみ合い時間 [s]

3-5 歯の温度上昇 表1のプラスチック歯車の発熱量が図6に示すように 1.43×10^{-3} J/mmから 1.15×10^{-3} J/mmに低下したときの歯の温度を3次元発熱・熱伝導解析ソフトウェア⁽²⁾で計算すると図7に示すように歯面の最大温度は314.4Kから310.9Kとなり3.5K低下する。また、歯形の危険断面直径($d_x=45.901$ mm)の温度は308.6Kから306.1Kとなり2.5K低下する。ただし、この温度はインボリュート歯車の熱伝導解析の結果であり発熱量が20%低下したときの歯の温度である。

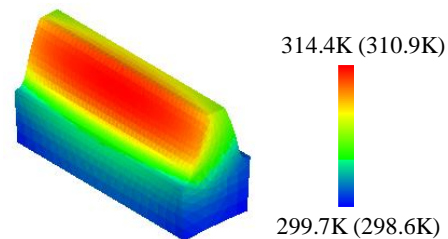


Fig.7 Temperature distribution

4. 小歯数およびはすば正弦曲線歯車

4-1 小歯数正弦曲線歯車 表2の正弦曲線歯車の歯数はピニオン、ギヤとも48で検討したが、正弦曲線歯車の歯形は小歯数でもアンダーカットが発生し難い歯形であるためこれを確認するため表5の歯車について歯形を図8に、すべり率を図9に示す。なお、図9に示すインボリュート歯車のすべり率は、正弦曲線歯車と同じ歯車諸元で計算しているためインボリュート歯車のピニオンの歯元側のすべり率が大きな値となっている。両歯車のすべり面積を比較すると、正弦曲線歯車のピニオンで19.2、ギヤで25.2であるが、インボリュート歯車のピニオンで75.4、ギヤで35.7であるため、正弦曲線歯車のほうがインボリュート歯車の39.6%のすべり面積であることが解る。

Table 5 Gear data-3

Item	Unit	Pinion	Gear
Tooth profile	----	Sine-curve	
Gear type	----	Spur gear	
Module	mm	1	
Number of teeth	----	10	100
Dedendum factor	----	1.250	
Rack shift factor	----	0.3	-0.3
Pressure angle	deg	21.8014	
Reference diameter	mm	10.00	100.00
Tip diameter	mm	12.70	101.50
Root diameter	mm	8.10	96.90
Center distance	mm	55.00	
Backlash	mm	0.1	
Contact ratio	----	1.238	

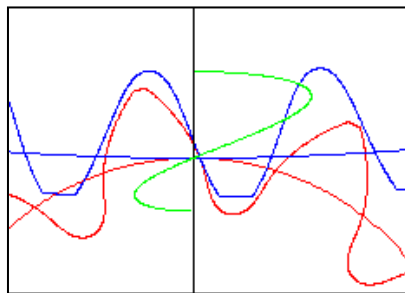


Fig.8 Gear meshing of sine-gear

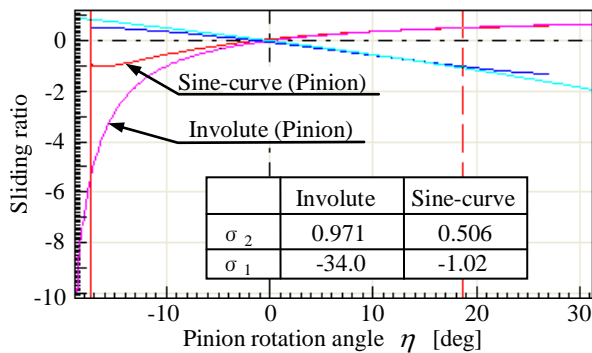


Fig.9 Sliding ratio of sine-curve gear and involute gear

4-2 正弦曲線はすば歯車 表 6 の正弦曲線はすば歯車について検討する. 正面歯形のかみ合いは正弦曲線歯車の歯形を正面で定義しているため平歯車との違いはない. また, 図 10 に示すように歯形レンダリングの接触線はインボリュート歯形のように直線とはならないが, ほぼ直線に近い接触線である. しかし, 歯先部で僅かに接触線が曲線になっていることが確認できる.

Table 6 Gear data-4

Item	Unit	Pinion	Gear
Tooth profile	----	Sine-curve	
Gear type	----	Helical gear	
Module	mm	1	
Number of teeth	----	15	40
Dedendum factor	----	1.250	
Rack shift factor	----	0.3	-0.3
Pressure angle	deg	21.8014	
Helix angle	deg	30	
Reference diameter	mm	15.00	40.00
Tip diameter	mm	17.70	41.50
Root diameter	mm	13.10	36.90
Facewidth	mm	8	8
Center distance	mm	27.50	
Backlash	mm	0.1	
Contact ratio	----	1.265	
Overlap contact R.	----	1.470	

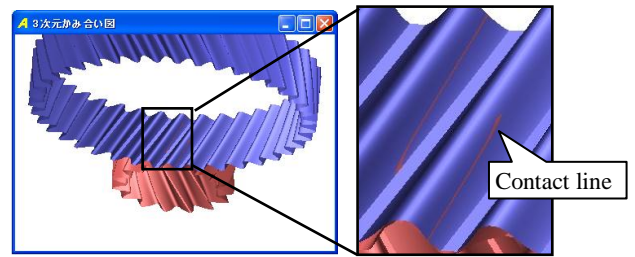


Fig.10 Gear rendering

5. 結 言

本研究は, プラスチック歯車の歯形を正弦曲線歯車に置き換えることができる可能性について論じたものである. 以上の結果から以下の結論を得た.

- (1) 検討歯車の場合, 正弦曲線歯車の摩擦面積はインボリュート歯車より発熱量が 20%小さいため動力損失を 0.2%低減することができる.
- (2) 歯車 1 対の動力損失は 1.75×10^{-4} kW と微小であるが, 我国のプラスチック歯車の年間使用量 67 億個の 10%が正弦曲線歯車に換わったとすると総計 59MW の動力損失を低減させることができると考える.
- (3) 正弦曲線歯車は動力損失を低減させる可能性を持つ歯車であるが, 効率実験や中心距離変動に対する回転伝達誤差の実験検証をしなければならない.

文 献

- (1) Itaya Matuski, Noguchi Kousaku, Research on Gear Pump with Sine-curve Gear, *Transactions of The Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.13(44), p.155, (1946)
- (2) Ueda, A., Takahashi, H., Nakamura, M., Moriwaki, I., Computer Simulation on the Heat Generation in meshing of Plastic Spur Gears. *Transactions of The Japan Society of Mechanical Engineering, Series C*, Vol.75, No.752 (2009), p.1074
- (3) Ueda, A., Yoshihara, M., Takahashi, H., Moriwaki, I., Computer Simulation on the Heat Generation in meshing of Plastic Spur Gears. *Transactions of The Japan Society of Mechanical Engineering, Series C*, Vol.73, No.732 (2007), p.2358